

## NUMERICAL ANALYSIS OF THERMO-MECHANICAL LOADS OF THE K-15 ENGINE TURBINE BLADE

Andrzej J. Panas, Wojciech Deneko

Military University of Technology, Institute of Aviation Technology  
Gen. S. Kaliskiego 2 Street, 00-908 Warszawa, Poland  
tel. +48 22 6839543, fax: +48 22 6837581  
e-mail: Andrzej.Panas@wat.edu.pl

### Abstract

Thermo-mechanical loads of the aircraft engine turbine blade are concerned. The analysis has been performed applying numerical methods within the frame of a wider program of the turbine power plant icing effects investigation. For the described case studies a Polish K-15 turbine engine has been selected. The turbine blade 3-D model has been developed using COMSOL/M FEM software. Temperature dependent thermophysical properties have been applied. Boundary conditions for thermal problems have been adopted from analytical modelling and from experimental investigations. Several cases of thermal loads have been analysed. Amongst them have been cases of steady-state nominal operating range conditions and transient conditions of the engine acceleration. The total loads have been obtained regarding both thermal and mechanical part. Mechanical loads were due to the turbine rotation. In the course of numerical investigations there have been also performed calculations of natural frequencies of vibration for the blade free of loads, the blade subjected to thermal load and the blade subjected to both thermal and mechanical loads. The asymptotic value of 1120 Hz, obtained for the first mode of a cold blade vibration, is in good agreement with experimental data. The axial displacement of the hot rotating blade tip has been estimated to be equal to 1.83 mm. The modelling proved a crucial role of thermal processes that are responsible for more than 80% of axial blade displacement and for more than 15% decrease in the natural vibration frequency value.

**Keywords:** aerospace technology, turbine power plants, K-15 turbine power plant, FEM numerical analyses turbine blade thermo-mechanical loads

## ANALIZA OBCIĄŻEŃ CIEPLNO-MECHANICZNYCH ŁOPATKI TURBINY SILNIKA K-15

### Streszczenie

Praca dotyczy zagadnienia wyznaczania obciążeń cieplno-mechanicznych łopatki lotniczego silnika turbinowego. Analizę przeprowadzono w kontekście obecnie realizowanego szerszego programu badań oblodzenia lotniczych turbinowych zespołów napędowych. Rozważając problemy cząstkowe - dotyczące poszczególnych elementów konstrukcyjnych - wybrano do analizy łopatkę turbiny przyjmując za reprezentatywny obiekt modelowania silnik K-15. W analizie zastosowano łączone - hybrydowe podejście analityczno-numeryczne. Do określenia warunków granicznych wykorzystano zarówno wyniki obliczeń własnych jak i badań eksperymentalnych. Model numeryczny i obliczenia zasadnicze wykonano przy użyciu pakietu modelowania numerycznego metodą elementów skończonych Cosmos/M rozważając zagadnienie trójwymiarowe. W analizie uwzględniono zależność poszczególnych parametrów materiału konstrukcyjnego łopatki od temperatury. Obliczenia termiczne wykonano dla stanu ustalonego odpowiadającego nominalnym warunkom pracy silnika i dla przypadku nieustalonego - rozruchu silnika. Wyznaczone pola temperatury wykorzystano do określenia składowej termicznej obciążeń mechanicznych. Przy określaniu obciążeń sumarycznych uwzględniono efekty związane z wirowaniem turbiny. Wypadkowe przemieszczenia promieniowe wierzchołka pióra łopatki określono na 1,83 mm. Wykonano również obliczenia częstości i postaci drgań własnych łopatki zimnej i gorącej uzyskując asymptotycznie wartość częstotliwości 1120 Hz dla drgań pierwszej postaci. W efekcie uzyskano niezbędne dane do przeprowadzenia analizy obciążeń łopatki w sytuacjach awaryjnych, uwzględniających również przypadki warunków oblodzeniowych.

**Słowa kluczowe:** eksploatacja statków powietrznych, silniki turbinowe, silnik K-15, obliczenia numeryczne MES, obciążenia cieplne, obciążenia mechaniczne

## 1. Wprowadzenie

Rozwój technik numerycznych i łatwość dostępu do komercyjnych pakietów wspomaganie obliczeń naukowo-technicznych sprawia, że przy określaniu dokładności analiz numerycznych ponownie powraca problem odpowiedniej budowy modelu fizycznego. W przypadku kluczowego elementu konstrukcji lotniczego silnika turbinowego, jakim jest łopatką turbiny, istotną rolę podczas eksploatacji odgrywają procesy termiczne. Na dokładność wyników obliczeń konstrukcyjnych i diagnostycznych prowadzonych dla łopatki decydujący wpływ ma zatem uwzględnienie złożonych lub sprzężonych poszczególnych zjawisk cieplno-mechanicznych z właściwie zrekonstruowanymi warunkami granicznymi oraz prawidłowe odtworzenie w modelu zmienności parametrów materiałowych z temperaturą. Będzie termiczne powodują bowiem nie tylko powstanie dodatkowych wymuszeń mechanicznych, ale także wpływają na zmianę, co z reguły oznacza pogorszenie się, właściwości materiału wraz ze wzrostem temperatury. W sytuacjach awaryjnych to właśnie temperatura jest na ogół głównym czynnikiem ryzyka wykroczenia poza dopuszczalny zakres parametrów eksploatacyjnych.

Celami studiów, w ramach której przeprowadzono omawiane w niniejszym opracowaniu obliczenia, było:

- określenie metodyki kompleksowej analizy złożonego stanu obciążeń łopatki turbiny silnika lotniczego,
- uzyskanie danych dotyczących eksploatacyjnych warunków pracy łopatki do diagnostyki stanów awaryjnych.

W ramach analizy starano się uwzględnić wszystkie istotne, przedstawione powyżej, czynniki i procesy fizyczne. Do obliczeń zasadniczych wykorzystano pakiet numeryczny metody elementów skończonych (MES) COSMOS/M. Przy rozwiązywaniu zagadnień cząstkowych posługiwano się również metodami obliczeń analitycznych z użyciem zależności kryterialnych. Jako reprezentatywny obiekt badań wybrano łopatkę turbiny silnika K-15, głównie ze względu na dostępność dokumentacji technicznej, możliwość porównania wyników z wynikami badań doświadczalnych oraz podobieństwo konstrukcji do ciągle eksploatowanego w Siłach Powietrznych RP silnika SO-3.

Omawianą analizę przeprowadzono głównie w kontekście zagrożeń oblodzeniowych. Oblodzenie turbinowych układów napędowych często skutkuje wzrostem temperatury pracy poszczególnych elementów konstrukcyjnych silnika [1, 2]. Ocena ewentualnych skutków takich zjawisk wymaga właśnie określenia eksploatacyjnych warunków pracy danego elementu.

## 2. Zakres obliczeń numeryczno-analitycznych i charakterystyka modelu

Przed przystąpieniem do obliczeń zasadniczych przeprowadzono szereg analiz i obliczeń wstępnych. Ich celem było określenie możliwości i ograniczeń pakietu COSMOS/M, przetestowanie poszczególnych procedur modelowania hybrydowego numeryczno-analitycznego z wykorzystaniem zależności kryterialnych, określenie optymalnych parametrów modelowania numerycznego i zweryfikowanie poprawności przyjętej metodyki. Swoim zakresem testy objęły wszystkie planowane do wykorzystania procedury i programy z obszaru zagadnień:

- dynamiki modelowanego układu w postaci obliczeń częstotliwości i postaci drgań własnych w różnych stanach obciążenia cieplnego,
- wyznaczania pola temperatury dla zadanych stacjonarnych i niestacjonarnych warunków brzegowych,
- wyznaczania pola naprężeń i przemieszczeń spowodowanych ruchem wirowym obiektu;
- wyznaczania złożonego stanu naprężeń z uwzględnieniem naprężeń cieplnych określanych dla zadanego jako warunek wejściowy stanu termicznego,
- wpływu zmiennych z temperaturą właściwości termofizycznych materiału konstrukcyjnego na uzyskiwane wyniki.

Obliczenia testowe zostały wykonane dla dwóch obiektów. Pierwszym była płaska prostokątna płyta. W tym przypadku istniała możliwość porównania części uzyskanych drogą modelowania numerycznego wyników z literaturowymi modelami analitycznymi. Dotyczyło to na przykład postaci i częstotliwości drgań własnych. Obliczenia potwierdziły poprawność przyjętych procedur modelowania numerycznego. Analiza uzyskanych wyników pozwoliła również na określenie ograniczeń dotyczących między innymi współpracy poszczególnych modułów pakietu COSMOS/M (statycznych STAR, dynamicznych DSTAR i cieplnych HSTAR - por. [3]). W dodatkowych obliczeniach testowych, wykonanych już dla modelu łopatki, określono natomiast wpływ gęstości podziału na otrzymywane rezultaty. Zgodnie z oczekiwaniami stwierdzono, że jest on największy w przypadku obliczeń dynamiki. Dla czworościennych elementów podziału MES uzyskano asymptotyczną zbieżność wyników przy zagęszczaniu podziału. Przy ograniczeniu ilości elementów do nie więcej niż 64 000 elementów<sup>1</sup> uzyskane wartości częstotliwości drgań własnych pierwszej postaci różnią się o nie więcej niż 4% od wyników uzyskanych dla ok. 250000 elementów. Pełną charakterystykę obliczeń testowych przedstawiono w pracy [4].

Wyniki testów wykorzystano przy budowie modelu numerycznego łopatki. Aby uzyskać możliwość wyznaczania złożonych stanów obciążenia łopatki zdecydowano się na ograniczenie do maksymalnie 64 000 elementów podziału. Model geometryczny został zbudowany na podstawie dokumentacji technicznej przy pomocy elementów pozwalających na późniejsze użycie opcji automatycznego podziału na elementy skończone czworościenne (Rys. 1a). W modelu uwzględniono lokalizację łopatki w tarczy - odległość podstawy zamka łopatki od osi obrotu wynosiła 165,5 mm.

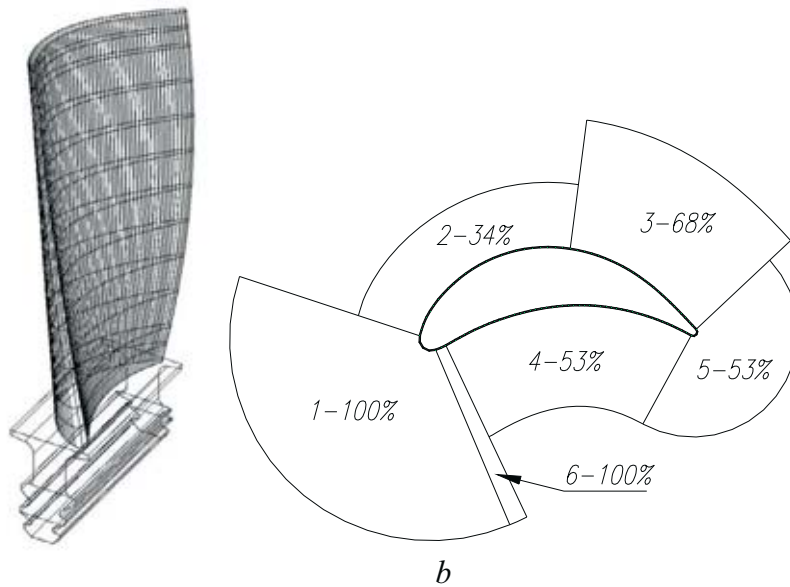
Zasadnicze obliczenia: rozkładów temperatury w łopatce, naprężeń i przemieszczeń spowodowanych obciążeniem termicznym, naprężeń i przemieszczeń (por. [5-7]) spowodowanych ruchem obrotowym turbiny z prędkością 15600 obr./min. oraz częstości drgań własnych łopatki statycznej i łopatki poddanej działaniu temperatury postanowiono wykonać za pomocą pakietu obliczeniowego. Dodatkowe oszacowania zmian częstości drgań spowodowanych usztywnieniem łopatki w ruchu wirowym wykonano metodami analitycznymi z wykorzystaniem zależności przedstawionych w monografii [7]. Warunki graniczne dla kluczowego z punktu widzenia obliczeń zagadnienia termicznego zostały wyznaczone na podstawie obliczeń termogazodynamicznych silnika K-15 [4], wyników modelowania pola temperatury dla tarczy turbiny [8], modelowania analitycznego zagadnień konwekcyjnej wymiany ciepła z wykorzystaniem wzorów kryterialnych [8-9] oraz dostępnych wyników badań hamownianych silnika [11]. Na podstawie danych pracy [11] przyjęto również zależności zmian temperatury czynnika roboczego w funkcji czasu dla analizowanego w obliczeniach niestacjonarnych procesu rozruchu silnika. Dokładny opis sposobu określenia warunków początkowych i brzegowych przedstawiono w opracowaniach [4, 8], natomiast na Rys. 1b i w Tab. 1 podano podstawowe informacje dotyczące warunków wymiany ciepła na powierzchniach łopatki.

Dla modelu przyjęto zmienne z temperaturą właściwości fizyczne materiału łopatki. Do ich określenia wykorzystano wyniki badań własnych stopu EI-867 [11] oraz dane literaturowe [12]. Informacje dotyczące charakterystyk materiałowych zawierają: Tab. 2 i Rys. 2. Przy analizie przedstawionych danych warto zwrócić uwagę na znaczny spadek modułu sprężystości i wzrost przewodności cieplnej dla maksymalnej obliczeniowej temperatury pracy łopatki określonej w obliczeniach termogazodynamicznych [4] na 1190 K czyli ok. 920 °C.

Dopełniając skrótowej charakterystyki modelu należy wspomnieć, że do obliczeń dynamiki oraz do wyznaczenia pola naprężeń i przemieszczeń przyjęto warunki zamocowania łopatki na ostatniej, licząc od dołu zamka, górnej krawędzi wypustu jodełkowego. Jak wiadomo sposób utwierdzenia modelowej łopatki ma wpływ przede wszystkim na wyniki obliczeń częstości drgań własnych.

---

<sup>1</sup> Co jest warunkiem współpracy modułu obliczeń termicznych z pozostałymi modułami pakietu COSMOS/M [3].



a

b

Rys. 1. Model numeryczny łopatki turbiny silnika K-15: a - geometria wyznaczona powierzchniami; b - schemat podziału obwodu pióra łopatki na strefy określenia warunków konwekcyjnej wymiany ciepła

Fig. 1. Numerical model of the K-15 engine turbine blade: a - the blade geometry defined by surfaces; b - the scheme of circumferential zones for distribution of convective heat transfer parameters

Tab. 1. Przyjęte na powierzchniach pióra łopatki warunki konwekcyjnej wymiany ciepła ( $\alpha$  - współczynnik przejmowania ciepła,  $T$  - temperatura płynu; por. Rys. 1b)

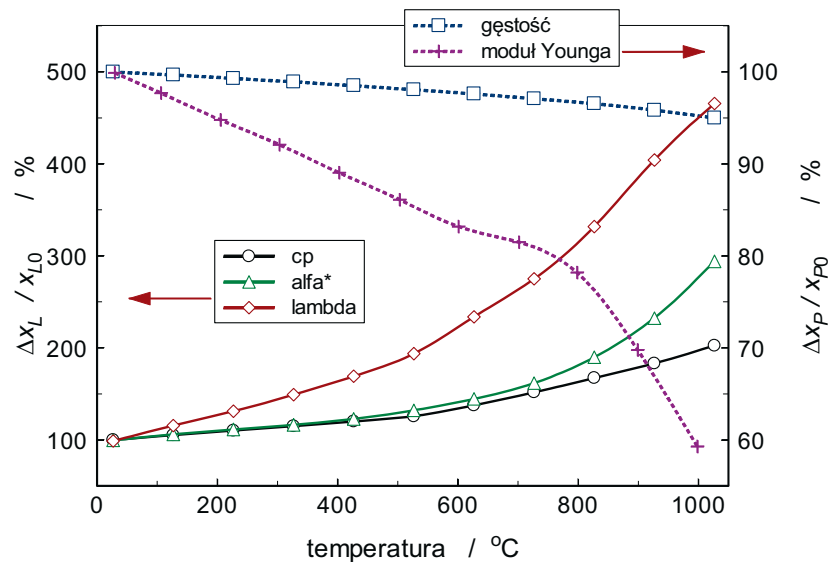
Tab. 1. Parameters of convection defined for the blade side surface (see Fig. 1b)

Sektor (Rys. 1.b)	Górna część pióra (8 warstw)		Dolna część pióra (4 warstwy)	
	$\alpha$ [ $\text{W}\cdot\text{m}^{-2}\cdot\text{K}^{-1}$ ]	$T$ [K]	$\alpha$ [ $\text{W}\cdot\text{m}^{-2}\cdot\text{K}^{-1}$ ]	$T$ [K]
1	2167	1150	2944	1150
2	737	970	1001	970
3	1474	970	1855	970
4	1148	1115	1560	1115
5	1148	1115	1560	1115
6	2167	1115	2944	1115

Tab. 2. Właściwości fizyczne stopu EI-867 - materiału łopatki w temperaturze 300 K [11, 12]

Tab. 2. The blade material, that is EI-867 alloy, thermophysical properties at 300 K [11, 12]

Statyczny moduł Young'a	$E$ [GPa]	200,2
Dynamiczny moduł Young'a	$E_d$ [GPa]	232,2
Współczynnik Poisson'a	$\nu$	0,30
Gęstość	$\rho$ [ $\text{kg}\cdot\text{m}^3$ ]	8947
Współczynnik przewodzenia ciepła	$\lambda$ [ $\text{W}\cdot\text{m}^{-1}\cdot\text{K}^{-1}$ ]	8,91
Ciepło właściwe przy stałym ciśnieniu	$c_p$ [ $\text{J}\cdot\text{kg}^{-1}\cdot\text{K}^{-1}$ ]	420
Rozszerzalność cieplna	$\alpha^*$ [ $\text{K}^{-1}$ ]	$11,5\cdot 10^{-6}$



Rys. 2. Względne zmiany właściwości termofizycznych z temperaturą [11, 12]

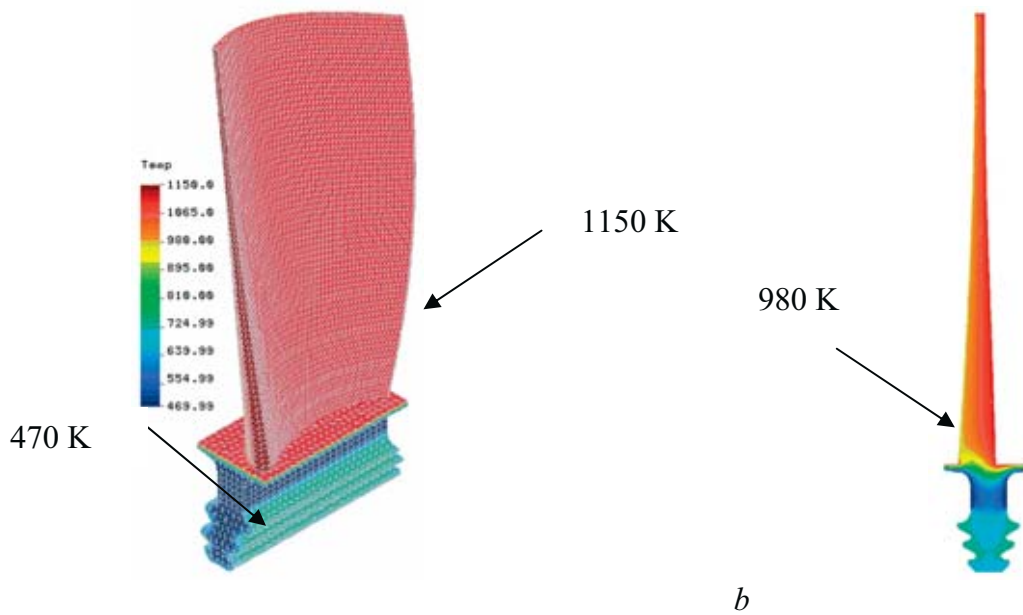
Fig. 2. Relative changes of thermophysical properties due to the temperature increase: squares - density, crosses - Young's modulus, diamonds - thermal conductivity, triangles - coefficient of linear thermal expansion, circles - heat capacity [11, 12]

### 3. Wyniki obliczeń i ich omówienie

Dla przedstawionego w poprzednim punkcie modelu, z uwzględnieniem również podanych warunków fizycznych modelowania, wykonano obliczenia numeryczne w kolejności następującej:

- określenie podstawowych charakterystyk modelu geometrycznego,
- wyznaczenie rozkładu temperatury w łopacie dla stanu ustalonego odpowiadającego nominalnemu zakresowi pracy silnika,
- wyznaczenie niestacjonarnego rozkładu temperatury w łopacie podczas rozruchu silnika,
- wyznaczenie częstości i postaci drgań własnych pierwszych 10-ciu postaci dla łopatki zimnej i gorącej, tzn. po zadaniu pola temperatury dla nominalnego zakresu pracy silnika jako wymuszenia,
- analiza obciążeń mechanicznych (naprężenia, przemieszczenia) łopatki od ruchu wirowego,
- analiza obciążeń termomechanicznych dla łopatki spoczywającej,
- analiza złożonego stanu obciążeń łopatki poddanej i działaniu temperatury i ruchu wirowego,
- dodatkowe analizy częstości i postaci drgań własnych łopatki obciążonej mechanicznie i termicznie.

Zastosowano model z podziałem na 50859 elementów. Analizy numeryczne uzupełniono również obliczeniami z wykorzystaniem przybliżonych wzorów analitycznych, co dotyczyło w szczególności analizy dynamiki łopatki. Ze względu na charakter niniejszego opracowania prezentowane będą tylko wybrane rezultaty badań analityczno-numerycznych, a inne zostaną wspomniane w omówieniu. Szczegółowe przedstawienie dużej części wyników zawiera praca [4]. Ze względu na rodzaj konstrukcji pióro łopatki można traktować jako żebro bez ochronnej bariery cieplnej. Pole temperatury w zadanych warunkach opływu, charakteryzujących dużym przejmowaniem ciepła, powinno być zdominowane właśnie przez konwekcyjną wymianę ciepła. Zgodny z tymi przewidywaniami wynik otrzymano w wyniku przeprowadzonych obliczeń, co ilustruje Rys. 3. Podobne rezultaty otrzymano w obliczeniach zagadnienia niestacjonarnego. Analizując wyniki obliczeń można zatem wnioskować, że termiczne warunki pracy są zdominowane parametrami czynnika roboczego, czyli spalin. W opisie Rys. 3 dodać można, że wychłodzenie obszaru podpółkowego zamka jest spowodowane przepływem chłodniejszego powietrza pobieranego ze sprężarki i dostarczanego do powierzchni tarczy turbiny (por. [8]).



Rys. 3. Rozkład temperatury dla nominalnych warunków prac turbiny: a - na powierzchni łopatki (zakres wartości legendy od 470 K do 1150 K); b - w przekroju w pobliżu środka cięciwy profilu łopatki  
 Fig. 3. Temperature distribution at nominal turbine operating range conditions: a - at the blade surface (legend range from 470 K to 1150 K), b - at the cross-section at the middle of the blade profile chord

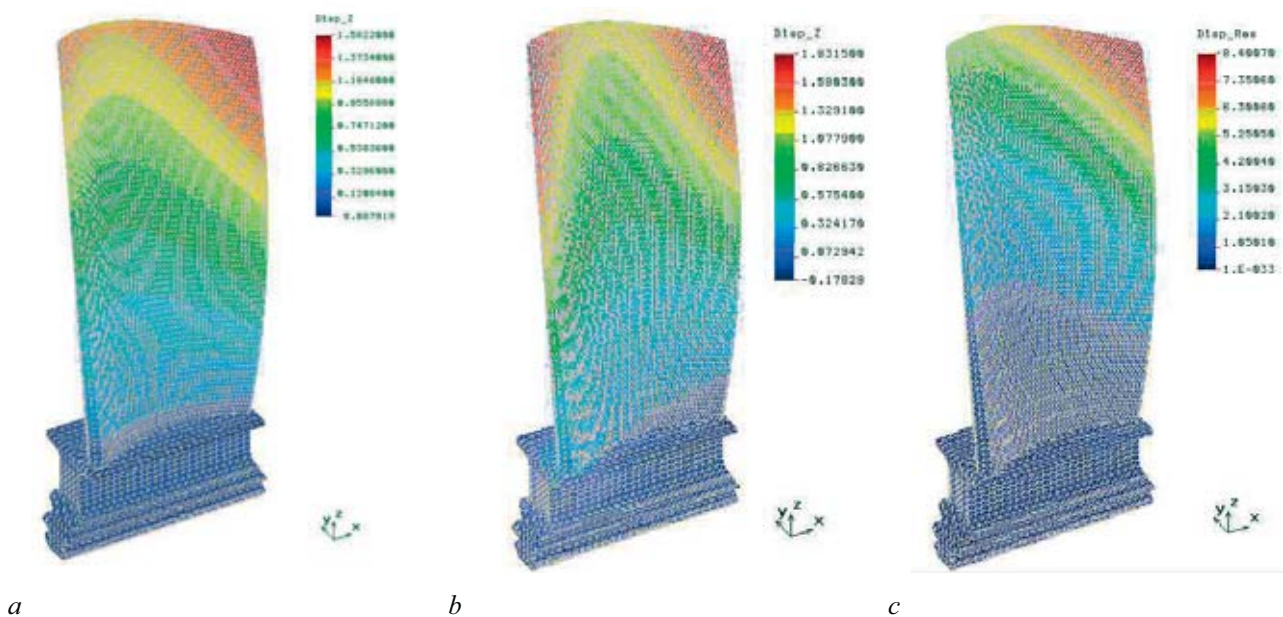
Wyniki obliczeń częstości drgań własnych pierwszych 10-ciu postaci dla łopatki w różnym stanie obciążenia przedstawiono w Tab. 3. Zgodnie z danymi literaturowymi pierwsza postać odpowiada drganiom skrętnym, a druga giętno-skrętnym (por. [5, 7]). Należy podkreślić, że ze względu na ograniczenie ilości elementów uzyskane wyniki są przeszacowane. Podane w pracy [4] estymacje wartości asymptotycznych częstotliwości dla dwóch pierwszych postaci wynoszą odpowiednio 1120 Hz i 2700 Hz. Zaprezentowane dane dobrze ilustrują jednak zjawisko osłabienia materiału łopatki poddanej działaniu temperatury i usztywnienia pióra łopatki w ruchu wirowym. W opracowaniu [13] podano częstotliwość drgań pierwszej postaci 1141,41 Hz (doświadczalna) oraz drugiej 2913,6 Hz (numeryczna). Uzyskane w obliczeniach własnych wyniki można uznać zatem za wiarygodne. Przy porównywaniu danych z Tab. 3 zauważyć należy, że najbardziej czułe na zmiany temperatury są drgania własne 6-stej postaci (30% zmiany).

Tab. 3. Wyniki obliczeń częstotliwości drgań własnych pierwszych 10-ciu postaci (w Hz)  
 Tab. 3. Calculated natural frequencies of 10 lowest modes (in cycles/s)

Postać	Łopatka zimna statyczna	Zimna wirująca (15600 obr./min.)	Gorąca (Rys. 3) statyczna
1	1159,7	1205,5	967,4
2	2973	3185	2450
3	4157	4507	3441
4	5413	5463	4360
5	8514	8787	6320
6	11205	11306	7962
7	11600	11738	10232
8	14470	14566	12000
9	15729	16110	12864
10	18467	18482	13201

Uzupełniając wyniki obliczeń numerycznych dokonano również oszacowania wzrostu częstości drgań własnych spowodowanych ruchem wirowym tarczy z łopatkami przy wykorzystaniu zależności analitycznej dla drgań giętych - por. [5], str. 452 oraz [7]. Dla łopatki zimnej wirującej uzyskano wartość 1271 Hz, co wydaje się być wartością zawyżoną o ponad 5%. W sumie przewidywany w tym modelu wzrost częstości wynosił w wartościach względnych ponad 9%. Rzeczywiste przyrosty są prawdopodobnie mniejsze, a wytłumaczyć to można usztywnieniem pióra łopatki poprzez jej zwinięcie (profil niesymetryczny rynienkowy) i zwichrowanie (por. [5]). Wyniki oszacowań analitycznych otrzymanych omawianą metodą można traktować zatem jako oszacowania górne. W ocenie całościowej podkreślić należy, że dominującym zjawiskiem jest termiczne osłabienie łopatki, którego nie kompensują efekty jej usztywniania spowodowane ruchem wirowym.

Kluczowe, z punktu widzenia problemu luzu wierzchołkowego, są wyniki obliczeń przemieszczeń w łopatce poddanej obciążeniom cieplnym i mechanicznym. Na Rys. 4 przedstawiono rezultaty modelowania numerycznego w postaci zobrazowanych wydłużeń łopatki, a w zasadzie jej pióra<sup>2</sup>. Tak jak i poprzednio dominują tutaj efekty termiczne, którym można przypisać ok. 80% udziału w zjawisku. Znaczącą rolę odgrywa przy tym wzrost rozszerzalności cieplnej materiału łopatki (por. Rys. 2). Dodać należy, że dość duży jest również efekt rozwijania się rynienki łopatki i jej wyginania na skutek jednostronnego działania podwyższonej temperatury - od napływowej strony wklęsłej (Rys. 4c). Przemieszczenia wypadkowe pióra łopatki przekraczają kilka mm (por. [4]). Natomiast naprężenia w łopatce w stanie ustalonym nie są większe niż 1,2 GPa.



Rys. 4. Rozkład przemieszczeń: a - wzdłuż osi pióra Oz łopatki gorącej niewirującej (legenda od  $-0,09$  mm do  $1,58$  mm), b - Oz gorąca wirująca ( $-0,18$ - $1,83$  mm); c - gorąca wirująca przemieszczenia wypadkowe ( $-0,0$ - $8,4$  mm)

Fig. 4. Displacements: a - longitudinal Oz for hot static blade (legend from  $-0,09$  mm to  $1,58$  mm); b - Oz for hot rotating blade ( $-0,18$ - $1,83$  mm); c - resultant for hot rotating blade ( $-0,0$ - $8,4$  mm)

Jak już wcześniej wspomniano w analizie zagadnienia niestacjonarnego nie uzyskano spektakularnych wyników. Rezultaty obliczeń będą jednak wykorzystane jako podstawa do modelowania i porównania wyników przy ocenie zagrożeń awaryjnych, w tym zdarzeń oblodzeniowych.

<sup>2</sup> Przy analizie zagadnienia luzu wierzchołkowego należy uwzględnić jeszcze wydłużenie tarczy turbiny (do 1,2 mm w kierunku promieniowym - por. [8]) oraz zmiany wymiarów korpusu silnika [5].

#### 4. Podsumowanie

Jakkolwiek gros niniejszej pracy poświęcono omówieniu wyników modelowania numerycznego, to podkreślić jednak należy, że przygotowując obliczenia numeryczne opracowano metodykę kompleksowej<sup>3</sup> analizy złożonego stanu obciążeń łopatki turbiny z wykorzystaniem procedur modelowania analitycznego, metod hybrydowych oraz użyciem wyników badań doświadczalnych. Oceniając uzyskane rezultaty zidentyfikowano najważniejsze zjawiska, zweryfikowano dane literaturowe oraz potwierdzono duży wpływ zmienności właściwości materiałowych na przebieg analizowanych procesów. Zarówno opracowana metodyka badań jak i wyniki numeryczne są obecnie wykorzystywane do analizy stanów awaryjnych związanych ze zdarzeniami oblodzeniowymi.

Prezentowane wyniki uzyskano w ramach realizacji pracy finansowanej ze środków na naukę w latach 2006-2008 jako projekt badawczy nr 4T12D01630.

#### Literatura

- [1] Chachurski, R., *Oblodzenie lotniczych zespołów napędowych - Rozdział IV w: Oblodzenie statków powietrznych*, red. Kowaleczko G., ITWL, Warszawa 2005.
- [2] Panas, A. J., *Fizyka zjawisk oblodzeniowych statków powietrznych - Rozdział II w: Oblodzenie statków powietrznych*, red. Kowaleczko, G., ITWL, Warszawa 2005.
- [3] *Cosmos, M - instrukcja użytkownika*. S.R.A.C, Los Angeles 1997.
- [4] Deneko, W., *Analiza niestacjonarnych obciążeń cieplnych łopatki turbiny silnika K-15*. Praca dyplomowa, WAT, Warszawa 2001.
- [5] Dźygadło, Z., Łyżwiński, M., Otyś, J., Szczeciński, S., Wiatrek, R., *Zespoły wirnikowe silników turbinowych*. WKiŁ, Warszawa 1982.
- [6] Chmielniak, T., Kosman, G., *Obciążenia cieplne turbin parowych*. WNT, Warszawa 1990.
- [7] Zhirickhy, G. S. (ed.), *Gazovye turbiny aviacionnykh dvigateley*. Oborongiz, Moskva 1963.
- [8] Terpiłowski, J., Panas, A. J., Preiskorn, M., *Wyznaczenie naprężeń termomechanicznych w tarczy turbiny silnika K-15 w warunkach ustalonej pracy silnika*. Sprawozdanie PBZ 475/97 (041 - 07, etap 2), WAT, Warszawa 1998.
- [9] Wiśniewski, S., *Obciążenia cieplne silników turbinowych*. WKiŁ, Warszawa 1974.
- [10] Wojtyra, K., Fałęcki, J., Wiśniewski, W., *Pomiar temperatur na łopatkach i tarczy turbiny wyrobu 150 prototyp nr 3 ze zmienionymi łopatkami sprężarki*. Instytut Lotnictwa, Warszawa 1988.
- [11] Panas, A. J., Terpiłowski, J., *Analiza niskocyklowych obciążeń cieplnych wybranych elementów konstrukcyjnych silnika K-15*. Sprawozdanie PBW 788/98 - 99, WAT, Warszawa 1999.
- [12] Khimushin, F. F., *Zharoprochnye stali i splawy*. Mietalurgizdat, Moskva 1964.
- [13] Orkisz, M., Wygodnik, P., *Model łopatki silnika turbinowego w ujęciu diagnostycznym*. IV Sympozjum Naukowo - Techniczne: Silniki spalinowe w zastosowaniach wojskowych, Jurata 1999.

<sup>3</sup> Pominięto obciążenia ciśnieniowe jako mniej znaczące, ale są one łatwe do uwzględnienia w dalszych badaniach.